

5

삼각비

이야기로 여는 수학

- 5.0 마법의 도형 - 삼각형
- 5.1 삼각비의 뜻
- 5.2 30° , 45° , 60° 의 삼각비의 값
- 5.3 예각의 삼각비의 값
- 5.4 삼각비의 활용





우리는 산의 높이, 태양까지의 거리 등 측정 도구로는 직접 잴 수 없는 것을 수학적 방법을 활용하여 측정할 수 있다. 이러한 측정에 사용되는 방법 중의 하나는 삼각비를 이용하는 것이다.

고대 이집트의 아메스(Ahmes, B.C. 1680?~B.C. 1620?)가 필사한 『아메스 파피루스』에 삼각비가 이용된 흔적이 있는데, 이로부터 인류는 오래전부터 삼각비를 알고 있었다는 것을 짐작할 수 있다. 삼각비에 관한 체계적인 연구를 시작한 학자는 기원전 140년경 천문학에 삼각비를 응용한 그리스의 히파르코스(Hipparchos, B.C. 190?~B.C. 125?)이다. 그는 행성 사이의 거리를 측정하기 위하여 삼각비 계산표를 만들었다.

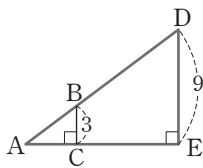
[출처: H. Eves(이우영·신항균 역), 『수학사』]

이 단원에서는 삼각비의 뜻을 알고 그 값을 구하며, 삼각비를 활용하여 문제를 해결하는 방법을 배운다.

준비해 볼까?

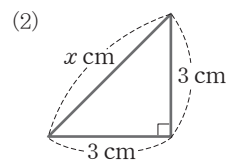
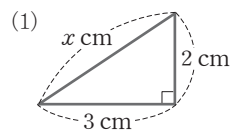
1 오른쪽 그림의 삼각형에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 닮은 두 삼각형을 찾아 기호 \sim 를 사용하여 나타내시오.



(2) 닮은 두 삼각형의 닮음비를 구하시오.

2 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



5.0

마법의 도형 - 삼각형

고대 그리스의 천문학자이자 수학자인 아리스타르코스(Aristarchos, B.C. 320?~B.C. 250?)는 지구가 태양을 중심으로 돈다는 지동설을 주장하였습니다. 이는 폴란드의 과학자 코페르니쿠스(Copernicus, N., 1473~1543)가 16세기에 제시한 지동설보다 거의 1900년이나 앞선 것입니다. 아리스타르코스가 지동설을 주장했던 근거는 놀랍게도 태양과 지구의 크기와 그 사이의 거리를 측정한 결과였습니다. 그는 측정을 통해 태양이 지구보다 엄청나게 크고 아주 멀리 있다는 것을 알았고, 이 사실로부터 크기가 작은 지구가 큰 태양의 주위를 도는 것이 타당하다고 여겼던 것입니다. 그렇다면 아리스타르코스는 어떻게 지구와 태양 사이의 거리를 측정할 수 있었을까요? 그는 달이 반달일 때 지구, 달, 태양이 직각삼각형을 이룬다는 것을 알았고, 직각삼각형의 성질을 이용하여 지구와 태양 사이의 거리를 측정할 수 있었습니다.

삼각형은 일부의 변의 길이와 각의 크기를 알면 나머지 변의 길이를 알 수 있습니다. 고대 천문학자들은 이러한 삼각형의 성질을 이용하여 밤하늘에 빛나는 별 사이의 거리를 측정할 수 있었습니다. 이러한 유용성 때문에 삼각형을 ‘마법의 도형’이라고 불렀습니다. 이렇듯 수학의 원리는 과학 기술에 유용하게 사용되고 있습니다. [출처: 정인경, 『동서양을 넘나드는 보스포루스 과학사』]

- 삼각형의 합동 조건과 닮음 조건을 각각 말해 보자.

태도 및 실천

- 생활 주변에서 삼각형의 성질을 이용하는 예를 찾아보고, 어떤 성질인지 말해 보자.

5.1

삼각비의 뜻

학 | 습 | 목 | 표

- 삼각비의 뜻을 안다.
- 삼각비의 값을 구할 수 있다.

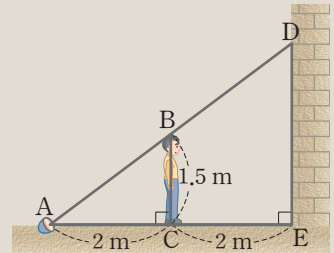
학 | 습 | 요 | 소

- 사인, 코사인, 탄젠트, 삼각비, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$



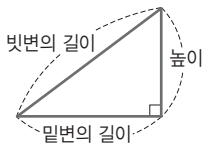
그림자의 길이

오른쪽 그림과 같이 키가 1.5 m인 승우가 바닥 조명 A로부터 2 m 떨어진 지점 C에서 있을 때, 승우로부터 2 m 떨어진 건물의 벽에 승우의 그림자가 생겼습니다. 두 직각삼각형 ABC와 ADE에서 각 변 사이의 길이의 비에는 어떤 특징이 있는지 생각해 봅시다.



활동 1 위의 그림에서 두 직각삼각형 ABC와 ADE가 서로 닮은 도형인 이유를 말해 보고, \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{DE} 의 길이를 각각 구해 보자.

활동 2 다음 표를 완성해 보자.



직각삼각형	길이의 비	$\frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$	$\frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$	$\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$
$\triangle ABC$				
$\triangle ADE$				

생각 1

한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 서로 닮은 도형이다.

두 직각삼각형 ABC와 ADE에서 각 변 사이의 길이의 비에는 어떤 특징이 있나요?

생각 열기의 두 삼각형 ABC와 ADE는 $\angle A$ 를 공통으로 하는 직각삼각형이므로 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 1:2이다. 따라서 $\overline{DE} = 2 \times 1.5 = 3(\text{m})$ 이다. 또한, 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 = 2^2 + 1.5^2 = 6.25, \quad \overline{AD}^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

이고, $\overline{AB} > 0$, $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{6.25} = 2.5(\text{m})$, $\overline{AD} = \sqrt{25} = 5(\text{m})$ 이다.

따라서 서로 닮은 두 직각삼각형 ABC와 ADE에서 각 변 사이의 길이의 비는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{3}{5}, \quad \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{4}{5}, \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \frac{3}{4}$$

일반적으로 오른쪽 그림과 같이 $\angle A$ 를 공통으로 하는 직각삼각형 ABC , AB_1C_1 , AB_2C_2 , ...는 모두 서로 닮은 도형이다.

따라서 닮은 도형의 성질에 의해 대응변의 길이의 비는 각각 같다. 즉,

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{AB_1}} = \frac{\overline{B_2C_2}}{\overline{AB_2}} = \dots$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC_1}}{\overline{AB_1}} = \frac{\overline{AC_2}}{\overline{AB_2}} = \dots$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{AC_1}} = \frac{\overline{B_2C_2}}{\overline{AC_2}} = \dots$$

이와 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 크기가 정해지면 직각삼각형의 크기와 관계없이 변의 길이의 비

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}, \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

는 각각 일정하다.

이때 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 를 $\angle A$ 의 **사인**이라 하고, 기호로

$$\sin A$$

로 나타내며, $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ 를 $\angle A$ 의 **코사인**이라 하고, 기호로

$$\cos A$$

로 나타낸다. 또, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 를 $\angle A$ 의 **탄젠트**라 하고, 기호로

$$\tan A$$

로 나타낸다.

그리고 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 를 통틀어 $\angle A$ 의 **삼각비**라고 한다.

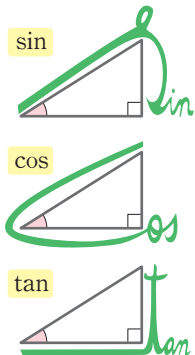
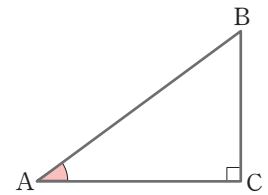
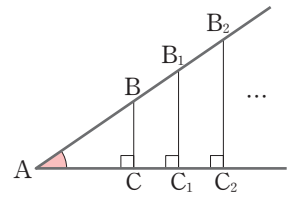
위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

삼각비의 뜻

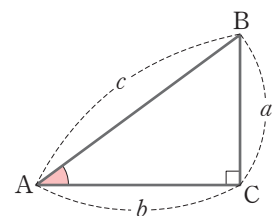
$\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a , b , c 라고 할 때,

$$\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \frac{a}{b}$$

이다.



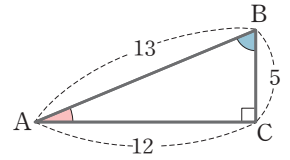
\sin , \cos , \tan 는 각각 sine, cosine, tangent의 약자이고, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 에서 A 는 $\angle A$ 의 크기를 나타낸다.



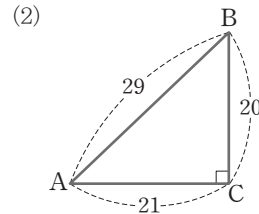
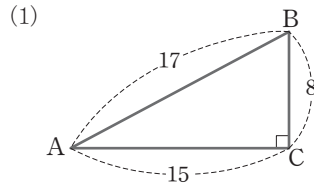
예 오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다.

$$\sin A = \frac{5}{13}, \cos A = \frac{12}{13}, \tan A = \frac{5}{12}$$

$$\sin B = \frac{12}{13}, \cos B = \frac{5}{13}, \tan B = \frac{12}{5}$$



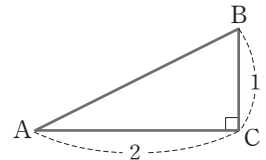
문제 1 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값을 각각 구하시오.



직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어지면 나머지 한 변의 길이는 피타고라스 정리를 이용하여 구할 수 있다. 따라서 두 변의 길이만 주어진 직각삼각형에서도 삼각비의 값을 구할 수 있다.

예제 1

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값을 각각 구하시오.



풀이 | 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

$$\overline{AB} > 0 \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{5}$$

따라서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다.

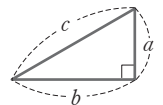
$$\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos A = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan A = \frac{1}{2}$$

$$\sin B = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos B = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \tan B = \frac{2}{1} = 2$$

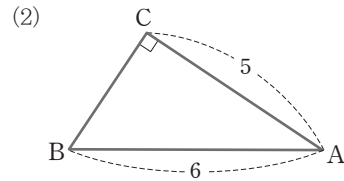
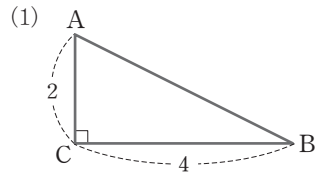
답 풀이 참조

| 참고 | 오른쪽 그림의 직각삼각형에서 세 변의 길이를 각각 a , b , c 라고 할 때, 피타고라스 정리에 의해 $c^2 = a^2 + b^2$ 이고 $c > 0$ 이므로 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이다.

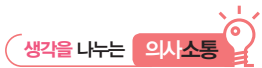
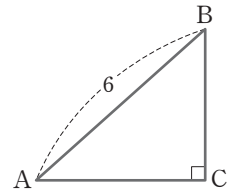
또한, $a^2 = c^2 - b^2$, $b^2 = c^2 - a^2$ 이고 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$, $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ 이다.



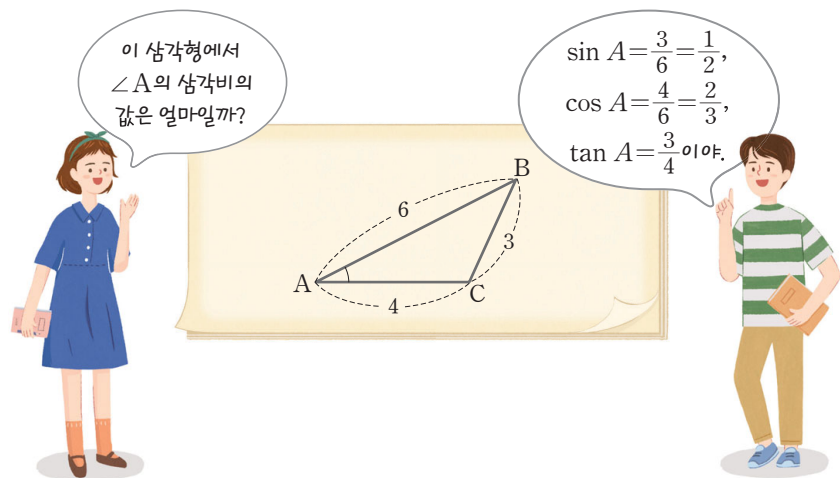
문제 2 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값을 각각 구하시오.



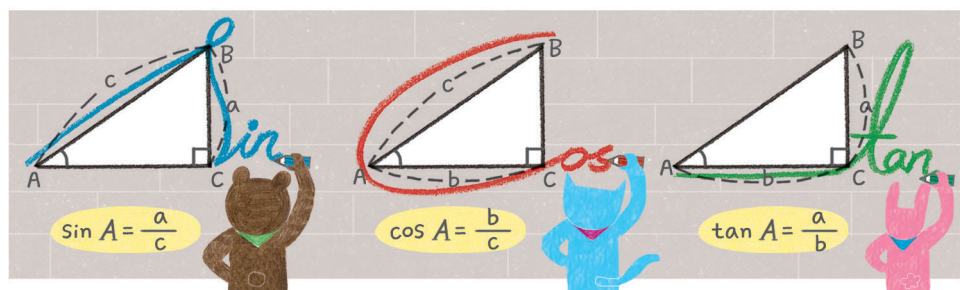
문제 3 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$ 이고 $\sin A = \frac{2}{3}$ 일 때, $\cos A$ 와 $\tan A$ 의 값을 각각 구하시오.



다음 대화를 읽고 잘못된 부분을 찾아보고, 그 이유를 이야기해 보자.



수학 집 짓기

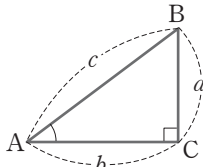




스스로 해결하기

1

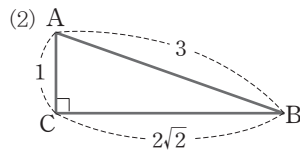
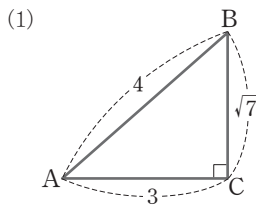
오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



- (1) $\frac{a}{c}$ 를 $\angle A$ 의 이라 하고, 이것을 기호로 로 나타낸다.
- (2) $\frac{b}{c}$ 를 $\angle A$ 의 이라 하고, 기호로 로 나타낸다.
- (3) $\frac{a}{b}$ 를 $\angle A$ 의 라 하고, 기호로 로 나타낸다.
- (4) $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 를 통틀어 $\angle A$ 의 라고 한다.

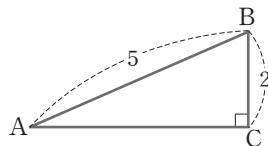
2

다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 삼각비의 값을 각각 구하시오.



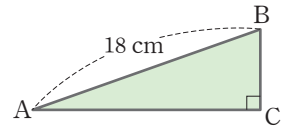
3

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\cos A$ 의 값을 구하시오.



4

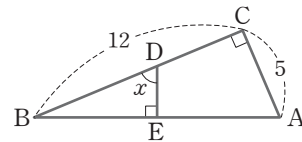
오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$ 이고 $\cos B = \frac{1}{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.



5

추론

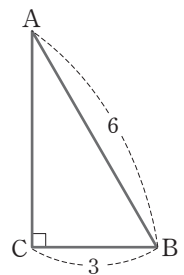
다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 이다. 변 BC 위의 점 D에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라고 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하시오.



6

과정을 다지는 문제

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\sin A \times \cos A + \tan A$ 의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오.



5.2

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

학 | 습 | 목 | 표

• 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 구할 수 있다.

생각
열기



직각을 낀 두 변의 길이가 같은 직각삼각형을 직각이등변 삼각형이라고 한다.

직각이등변삼각형 모양의 타일

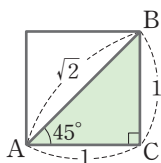
다음을 보고, 직각이등변삼각형 모양의 타일에서 찾을 수 있는 삼각비의 값을 생각해 봅시다.



활동 1 위의 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 크기를 구해 보자.

활동 2 위의 그림의 직각삼각형 ABC에서 두 변 AC, BC의 길이를 각각 1이라고 할 때, 변 AB의 길이를 구해 보자.

생각 1



$\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이고
 $\overline{BC} : \overline{AC} = 1 : 1$ 일 때,
 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = \sqrt{2} : 1 : 1$ 로
 간단히 나타낸다.

직각이등변삼각형 ABC에서 한 예각의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있나요?

생각 열기에서 직각삼각형 ABC는 $\angle A = 45^\circ$ 인 직각이등변 삼각형이다.

한편, $\overline{AC} = \overline{BC} = 1$ 이라고 하면 피타고라스 정리에 의해

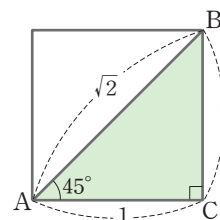
$$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

이다. 따라서 45° 의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

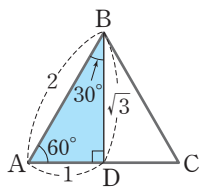
$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{1}{1} = 1$$



생각 2

정삼각형의 한 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.



$$\overline{AB} : \overline{BD} : \overline{AD} = 2 : \sqrt{3} : 1$$

30°와 60°의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있나요?

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D라고 하면 $\angle BAD = 60^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$ 인 직각삼각형 ABD를 얻는다.

이때 점 D는 변 AC의 중점이므로

$$\overline{AD} = 1$$

이고, 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BD} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

이다.

따라서 60°의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$$

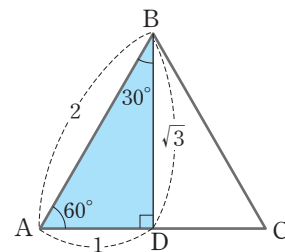
$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

또, 30°의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

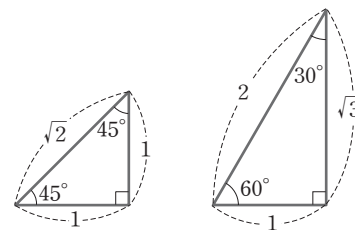
$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



예제
1

다음을 계산하시오.

(1) $\cos 45^\circ - \sin 30^\circ$

(2) $\sin 45^\circ \times \tan 60^\circ$

풀이 | (1) $\cos 45^\circ - \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$
 $= \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

(2) $\sin 45^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{2}$

답 (1) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

문제
1

다음을 계산하시오.

(1) $\cos 30^\circ + \sin 45^\circ$

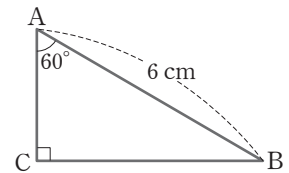
(2) $\sin 60^\circ - \tan 45^\circ$

(3) $\cos 45^\circ \times \cos 60^\circ$

(4) $\tan 60^\circ \div \tan 30^\circ$

예제
2

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 \overline{AC} , \overline{BC} 의 길이를 각각 구하시오.



풀이 | $\cos 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{6}$ 이므로

$$\overline{AC} = 6 \times \cos 60^\circ$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} = 3(\text{cm})$$

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{6}$ 이므로

$$\overline{BC} = 6 \times \sin 60^\circ$$

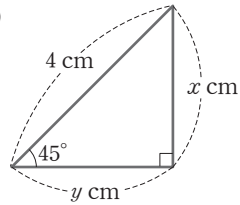
$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

답 $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$

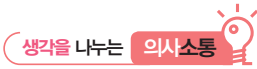
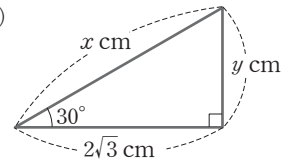
문제 2

다음 그림의 직각삼각형에서 x 와 y 의 값을 각각 구하시오.

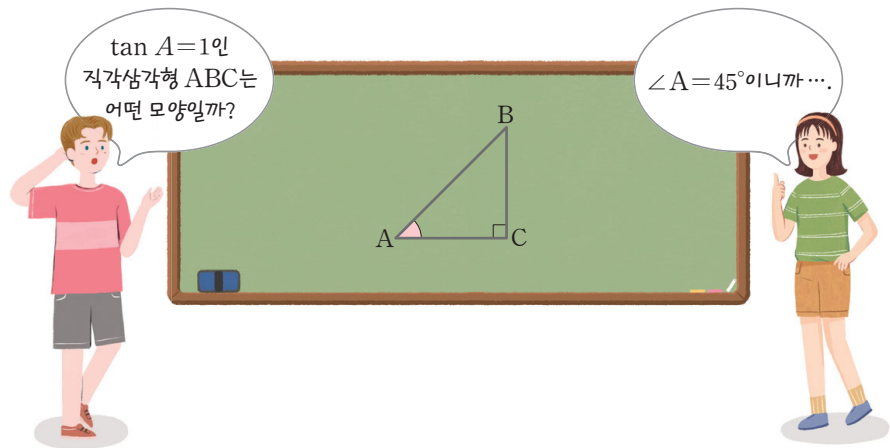
(1)



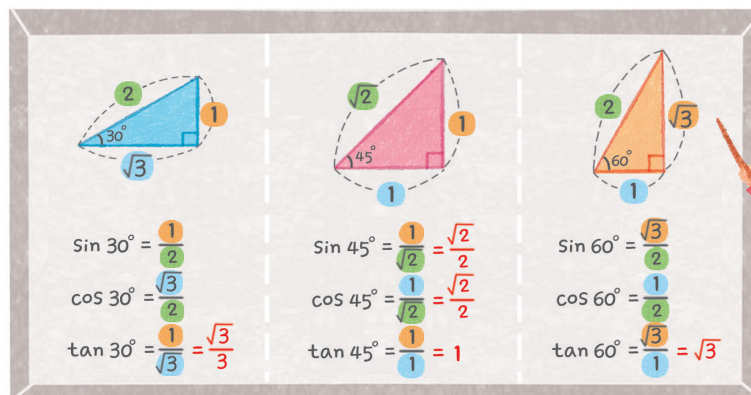
(2)



$\tan A = 1$ 인 직각삼각형 ABC를 그리려고 한다. 친구들이 그린 직각삼각형이 모두 합동이 되기 위해서는 어떤 조건이 추가되어야 하는지 이야기해 보자.



수학 집 짓기





스스로 해결하기

1

다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

- (1) $\sin 30^\circ = \square$ (2) $\cos 45^\circ = \square$
 (3) $\tan 30^\circ = \square$ (4) $\sin 60^\circ = \square$

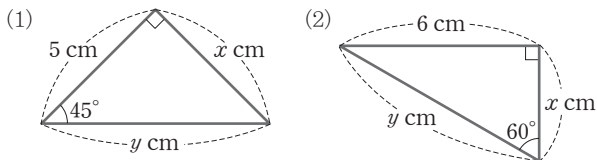
2

다음을 계산하시오.

- (1) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ (2) $\tan 60^\circ - \cos 30^\circ$
 (3) $\sin 45^\circ \times \tan 30^\circ$ (4) $\tan 45^\circ \div \cos 45^\circ$

3

다음 그림의 직각삼각형에서 x 와 y 의 값을 각각 구하시오.



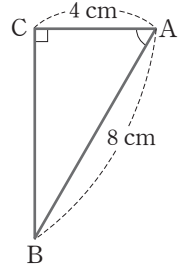
4

다음을 계산하시오.

- (1) $\tan 60^\circ - \sin 30^\circ \times \cos 45^\circ$
 (2) $\cos 30^\circ (\sin 60^\circ + \cos 60^\circ + \tan 45^\circ)$

5

오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{AC} = 4$ cm일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하시오.



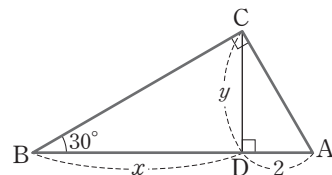
6 **추론**

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 1 : 2 : 3이고, 세 내각 중 가장 작은 각의 크기를 A 라고 할 때, $\sin A \times \cos A \times \tan A$ 의 값을 구하시오.

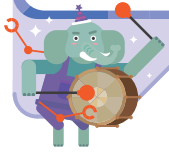
7

과정을 다지는 문제

다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 D라고 하자. $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AD} = 2$ 일 때, x , y 의 값을 각각 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오.



삼각비의 값을 구하여 알파벳 찾기



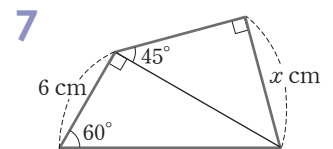
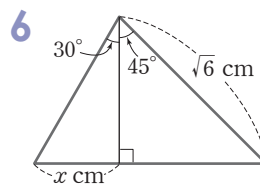
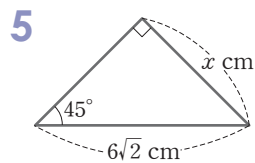
- 다음 식 또는 도형에서 x 의 값을 구하고, 아래 그림에서 그 값이 적힌 칸을 색칠하여 숨어 있는 알파벳을 찾아보자.

1 $x = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ$

2 $x = \tan 45^\circ - \cos 60^\circ$

3 $x = \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ - \tan 30^\circ$

4 $x = \cos 60^\circ \div \tan 30^\circ + \sin 60^\circ \times \tan 45^\circ$



5.3

예각의 삼각비의 값

학 | 습 | 목 | 표

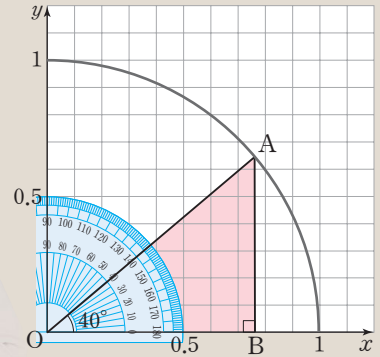
• 0°에서 90°까지의 각에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

생각
열기



40°의 삼각비의 값의 관찰

오른쪽 그림은 모눈종이 위에 점 O를 중심으로 반지름의 길이가 1인 사분원을 그리고, 그 위에 각도기를 이용하여 40°인 각을 표시한 것입니다. 사분원 위의 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라고 할 때, 직각삼각형 OAB의 변의 길이와 40°의 삼각비의 값을 생각해 봅시다.



활동 ① 직각삼각형 OAB의 세 변의 길이 중 $\sin 40^\circ$ 의 값과 같은 것을 말해 보자.

활동 ② 직각삼각형 OAB의 세 변의 길이 중 $\cos 40^\circ$ 의 값과 같은 것을 말해 보자.

생각 1

40°의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있나요?

오른쪽 그림에서 \overline{OA} 는 사분원의 반지름이므로 $\overline{OA}=1$ 이다. 이때 직각삼각형 OAB에서

$$\sin 40^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\cos 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

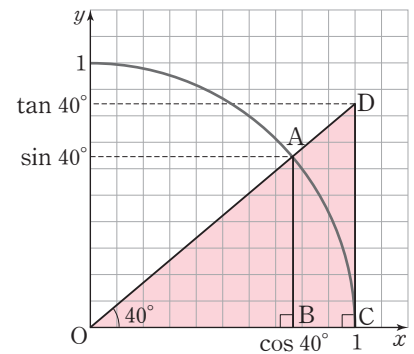
임을 알 수 있다.

또한, 점 C에서 x 축에 수직인 직선을 그어

\overline{OA} 의 연장선과 만나는 점을 D라고 하면 직각삼각형 ODC에서 $\overline{OC}=1$ 이므로

$$\tan 40^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$

임을 알 수 있다.



오른쪽 그림에서 \overline{AB} , \overline{OB} , \overline{CD} 의 길이 0.8192, 0.5736, 1.4281은 어림수이다.

예 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 원점 O를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 사분원에서 55° 의 삼각비의 값을 구하면 직각삼각형 OAB에서

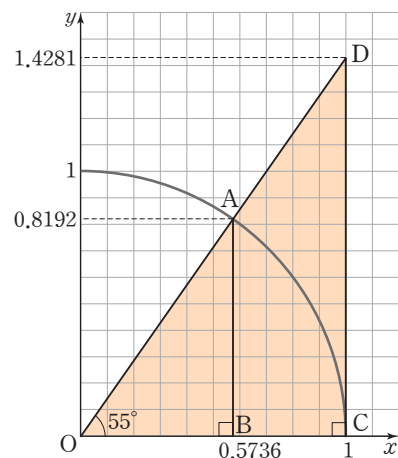
$$\sin 55^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} = 0.8192$$

$$\cos 55^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.5736$$

이고, 직각삼각형 ODC에서

$$\tan 55^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \overline{CD} = 1.4281$$

이다.



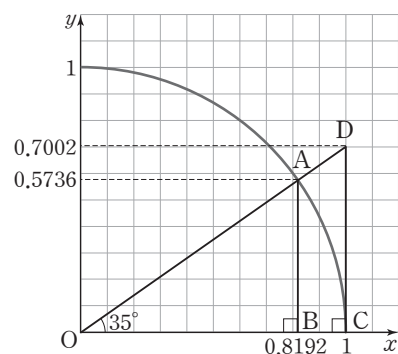
문제 1

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 원점 O를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 사분원에서 다음 삼각비의 값을 구하시오.

(1) $\sin 35^\circ$

(2) $\cos 35^\circ$

(3) $\tan 35^\circ$



생각 2

0° 와 90° 의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있나요?

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OAB에서 $\angle AOB$ 의 크기가 0° 에 가까워지면 \overline{AB} 의 길이와 \overline{CD} 의 길이는 각각 0에 가까워지고, \overline{OB} 의 길이는 1에 가까워진다.

따라서 0° 의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

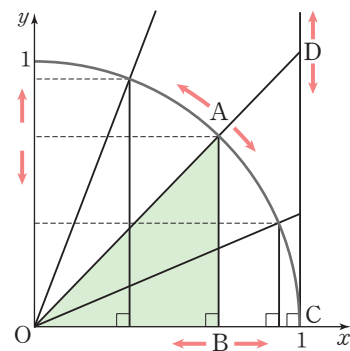
$$\sin 0^\circ = 0, \cos 0^\circ = 1, \tan 0^\circ = 0$$

또, 직각삼각형 OAB에서 $\angle AOB$ 의 크기가 90° 에 가까워지면 \overline{AB} 의 길이는 1에 가까워지고, \overline{OB} 의 길이는 0에 가까워진다.

따라서 90° 의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$$\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0$$

그러나 $\angle AOB$ 의 크기가 90° 에 가까워지면 \overline{CD} 의 길이는 한없이 커지므로 $\tan 90^\circ$ 의 값을 정할 수 없다.



문제 2 다음을 계산하시오.

- (1) $\sin 45^\circ \times \cos 0^\circ + \cos 45^\circ \times \sin 0^\circ$
 (2) $\sin 90^\circ \times \tan 30^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 0^\circ$

계산기에서 \sin , 1, 0,
 $=$ 을 차례대로 누르면
 $\sin 10^\circ$ 의 값이 나타난다.



한편, $0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, \dots, 89^\circ, 90^\circ$ 에 대한 삼각비의 값은 이 책의 부록에 실려 있는 삼각비의 표를 이용하거나 계산기를 이용하여 구할 수 있다.

예를 들어 삼각비의 표에서 $\sin 10^\circ$ 의 값을 구하려면 각도 10° 의 가로줄과 \sin 의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽으면 된다.

즉, 오른쪽 표에서 $\sin 10^\circ = 0.1736$ 이다.

같은 방법으로 $\cos 10^\circ = 0.9848$,
 $\tan 10^\circ = 0.1763$ 임을 알 수 있다.

각도	sin	cos	tan
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
9°	0.1564	0.9877	0.1584
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

| 참고 | 삼각비의 표에 있는 값은 대부분 반올림하여 얻은 값이지만 편의상 \approx 를 사용하여 나타낸다.

문제 3 삼각비의 표를 이용하여 다음 삼각비의 값을 구하시오.

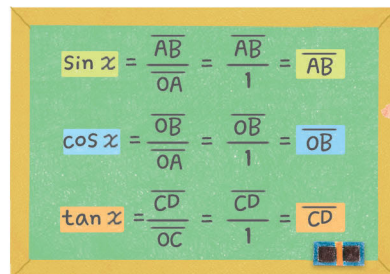
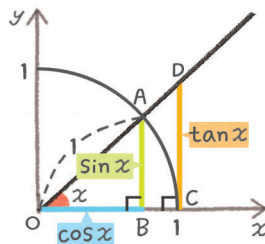
- (1) $\sin 18^\circ$ (2) $\cos 55^\circ$
 (3) $\tan 64^\circ$ (4) $\tan 72^\circ$

문제 4 삼각비의 표를 이용하여 다음 x 의 값을 구하시오.

- (1) $\sin x^\circ = 0.4226$ (2) $\cos x^\circ = 0.8910$
 (3) $\tan x^\circ = 1.3270$ (4) $\tan x^\circ = 28.6363$



수학 집 짓기





스스로 해결하기

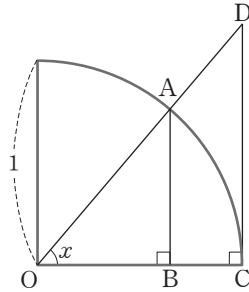
1

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에 대하여 다음 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$(1) \sin x = \frac{\text{OA}}{\text{OA}} = \text{OA}$$

$$(2) \cos x = \frac{\text{OA}}{\text{OA}} = \text{OA}$$

$$(3) \tan x = \frac{\text{OA}}{\text{OC}} = \text{OA}$$



2

다음을 계산하시오.

- (1) $\sin 0^\circ + \cos 90^\circ + \tan 0^\circ$
- (2) $\cos 0^\circ \times \sin 90^\circ - \sin 30^\circ \times \cos 60^\circ$
- (3) $\sin 30^\circ \div \cos 0^\circ \div \tan 60^\circ$
- (4) $(\tan 45^\circ - \cos 30^\circ)(\sin 90^\circ - \cos 60^\circ)$

3

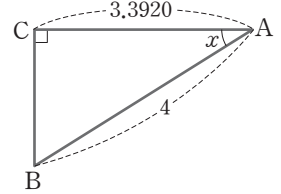
아래 삼각비의 표를 이용하여 다음을 구하시오.

각도	sin	cos	tan
68°	0.9272	0.3746	2.4751
69°	0.9336	0.3584	2.6051
70°	0.9397	0.3420	2.7475
71°	0.9455	0.3256	2.9042
72°	0.9511	0.3090	3.0777

- (1) $\sin 69^\circ + \cos 71^\circ$ 의 값
- (2) $\tan x^\circ = 2.7475$ 를 만족시키는 x 의 값

4

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 삼각비의 표를 이용하여 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

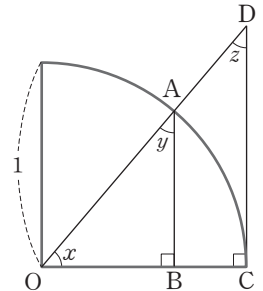


5 추론

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서

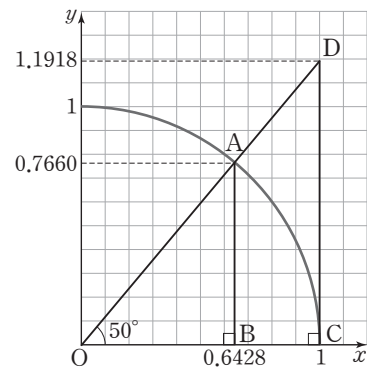
$$\frac{\sin y}{\sin x} \times \frac{\cos y}{\cos x} + \tan x \times \tan z$$

의 값을 구하시오.



6 과정을 다지는 문제

다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서 $\sin 50^\circ + \cos 50^\circ + \tan 50^\circ$ 의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오.









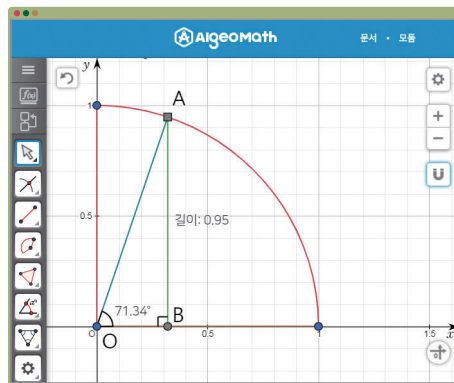
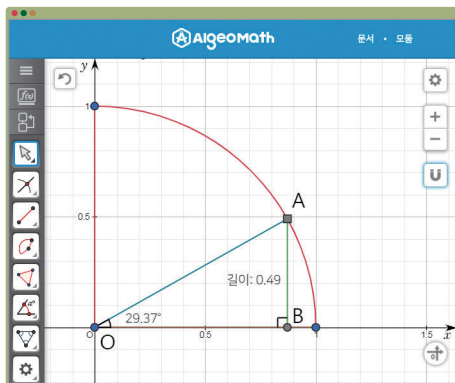


컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각비의 값 관찰하기

알지오매스를 이용하여 각의 크기가 0° 에서 90° 까지 변함에 따라 삼각비의 값이 어떻게 변하는지 알아보자.

$\angle O$ 의 크기와 $\sin O$ 의 값 사이의 관계 알아보기

- 1 '부채꼴'  을 선택하여 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린다.
- 2 '점'  을 선택하여 사분원 위에 점 A를 잡는다.
- 3 '수선'  과 '선분'  을 이용하여 직각삼각형 OAB를 그린다.
- 4 '각도'  를 선택하여 $\angle O$ 의 크기를 나타내고, '길이'  를 선택하여 \overline{AB} 의 길이를 나타낸다.
- 5 점 A를 움직이면서 $\angle O$ 의 크기와 $\sin O = \overline{AB}$ 의 값을 관찰한다.



이 과정을 통해 직각삼각형 OAB에서 $\sin O = \overline{AB}$ 의 값은 $\angle O$ 의 크기가 커질수록 점점 커지고 $\angle O$ 의 크기가 작아질수록 점점 작아짐을 확인할 수 있다.

또, $\sin O = \overline{AB}$ 의 값은 $\angle O$ 의 크기가 0° 에서 90° 까지 변함에 따라 0에서 1까지의 값을 가짐을 알 수 있다.

활동

1. 알지오매스를 이용하여 $\cos O$ 의 값을 관찰해 보자.
2. 알지오매스를 이용하여 $\tan O$ 의 값을 관찰해 보자.



5.4

삼각비의 활용

학 | 습 | 목 | 표

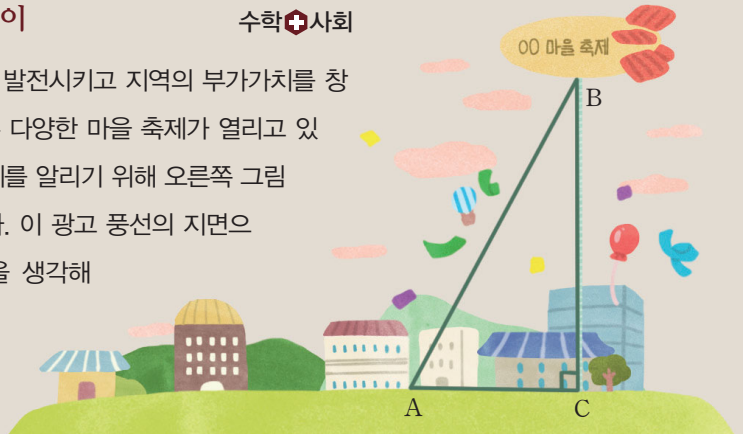
• 삼각비를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.



마을 축제 광고 풍선의 높이

수학 + 사회

마을 축제는 지역 문화를 계승·발전시키고 지역의 부가 가치를 창출하는 행사로, 전국적으로 매우 다양한 마을 축제가 열리고 있습니다. 한희네 마을은 마을 축제를 알리기 위해 오른쪽 그림과 같이 광고 풍선을 띄웠습니다. 이 광고 풍선의 지면으로부터의 높이를 구하는 방법을 생각해 봅시다.



활동 1 한희가 서 있는 지점을 A, 광고 풍선의 위치를 B, 지면에 광고 풍선을 고정한 곳을 C라고 할 때, 직각삼각형 ABC에서 \overline{AC} 의 길이와 \overline{BC} 의 길이 사이의 관계를 삼각비를 이용하여 나타내 보자.

활동 2 활동 1에서 구한 식을 이용하여 광고 풍선의 지면으로부터의 높이를 구하는 방법을 말해 보자.

생각 1

직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알 때, 나머지 두 변의 길이를 어떻게 구할 수 있나요?

생각 열기의 직각삼각형 ABC에서 $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \tan A$ 이다.

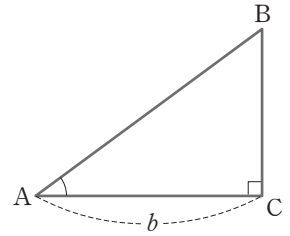
따라서 한희가 서 있는 지점에서 광고 풍선을 고정한 곳까지의 거리인 \overline{AC} 의 길이와 한희가 서 있는 지점에서 광고 풍선을 올려본각인 $\angle A$ 의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 광고 풍선의 지면으로부터의 높이인 \overline{BC} 의 길이를 구할 수 있다.

즉, 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 다른 변의 길이를 구할 수 있음을 알 수 있다.

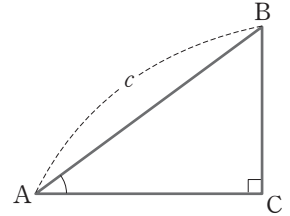
오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 크기와 변 AC의 길이 b 를 알고 있을 때, 나머지 두 변 AB, BC의 길이는 각각 다음과 같다.

$$\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{b}{\overline{AB}} \text{이므로 } \overline{AB} = \frac{b}{\cos A}$$

$$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{b} \text{이므로 } \overline{BC} = b \tan A$$



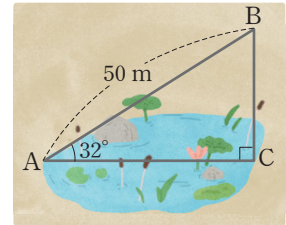
문제 1 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 크기와 변 AB의 길이 c 를 알고 있을 때, 나머지 두 변 AC, BC의 길이를 각각 삼각비를 이용하여 나타내시오.



이와 같이 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

예제 1

오른쪽 그림과 같이 연못의 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하기 위해 $\angle C=90^\circ$, $\overline{AB}=50\text{ m}$ 가 되도록 B 지점을 정하였다. $\angle A=32^\circ$ 일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리를 삼각비의 표를 이용하여 구하시오.



풀이 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\cos 32^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{50}$

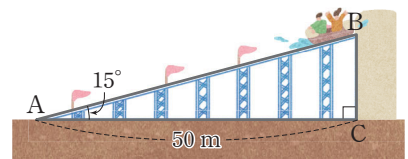
삼각비의 표에서 $\cos 32^\circ = 0.8480$ 이므로

$$\overline{AC} = 50 \times \cos 32^\circ = 50 \times 0.8480 = 42.4(\text{m})$$

답 42.4 m

문제 2

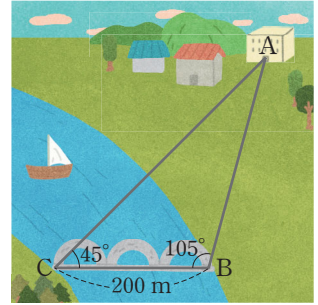
오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 모양의 미끄럼틀 놀이 기구가 있다. 지면 위의 두 지점 A, C 사이의 거리는 50 m이고 놀이 기구의 경사각의 크기는 15° 이다. 놀이 기구의 출발 지점 B의 지면으로



부터의 높이를 삼각비의 표를 이용하여 구하시오. (단, 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림한다.)

예제
2

영훈이가 길이가 200 m인 다리의 양 끝 지점 B, C에서 A 지점에 있는 건물을 각각 바라보았더니 오른쪽 그림과 같았다. $\angle B=105^\circ$, $\angle C=45^\circ$ 일 때, 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하시오.



풀이 | 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\angle C=45^\circ$ 이므로 $\triangle BCH$ 는 $\overline{CH}=\overline{BH}$ 인 직각이등변삼각형이다.

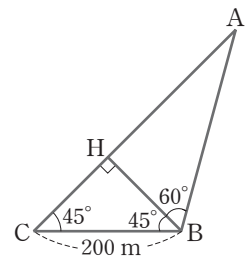
$\triangle BCH$ 에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{BC}}$ 이므로

$$\overline{BH} = \overline{BC} \times \sin 45^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}(\text{m})$$

$\triangle ABH$ 에서 $\tan 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ 이므로

$$\overline{AH} = \overline{BH} \times \tan 60^\circ = 100\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 100\sqrt{6}(\text{m})$$

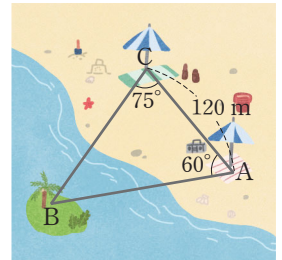
따라서 $\overline{AC} = \overline{CH} + \overline{AH} = \overline{BH} + \overline{AH} = 100\sqrt{2} + 100\sqrt{6}(\text{m})$



답 $(100\sqrt{2} + 100\sqrt{6}) \text{ m}$

문제
3

한웅이는 해변의 A 지점에서 섬의 B 지점까지의 거리를 구하기 위해 오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 120 m 떨어진 C 지점을 정하였다. $\angle A=60^\circ$, $\angle C=75^\circ$ 일 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하시오.

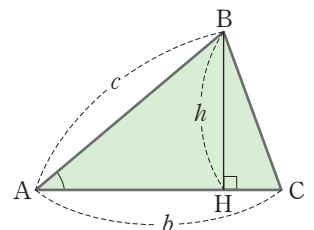


생각
2

삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 삼각형의 넓이를 어떻게 구할 수 있나요?

오른쪽 그림과 같이 $\angle A$ 가 예각인 경우, $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 B에서 밑변 AC에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{BH}=h$ 라고 하면 $\triangle BAH$ 는 직각삼각형이므로

$$\sin A = \frac{h}{c}, \text{ 즉 } h = c \sin A \text{이다.}$$



따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}bc \sin A$$

한편, 오른쪽 그림과 같이 $\angle A$ 가 둔각인 경우,
 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 B 에서 밑변 AC 의 연장선에 내린 수
 선의 발 H 에 대하여 $\overline{BH} = h$ 라고 하면
 $\angle BAH = 180^\circ - A$ 이고, $\triangle BAH$ 는 직각삼각형이므로

$$\sin(180^\circ - A) = \frac{h}{c}$$

$$h = c \sin(180^\circ - A)$$

이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}bc \sin(180^\circ - A)$$

위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 넓이

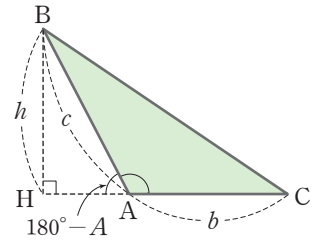
$\triangle ABC$ 에서 두 변의 길이 b, c 와 그 끼인각인 $\angle A$ 의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S 는 다음과 같다.

1. $\angle A$ 가 예각인 경우 $\rightarrow S = \frac{1}{2}bc \sin A$
2. $\angle A$ 가 둔각인 경우 $\rightarrow S = \frac{1}{2}bc \sin(180^\circ - A)$

$\angle A$ 가 직각인 경우

$\rightarrow \sin A = 1$ 이므로

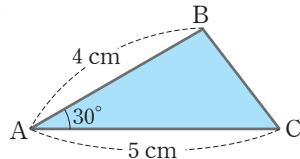
$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}bc$$



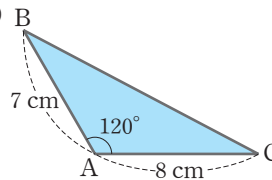
예제 3

다음 삼각형의 넓이를 구하시오.

(1)



(2)



풀이 | (1) $\triangle ABC$ 의 넓이를 S 라고 하면 $\angle A$ 는 예각이므로

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 (\text{cm}^2)$$

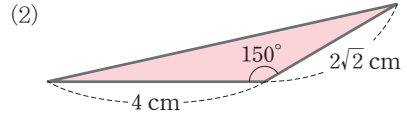
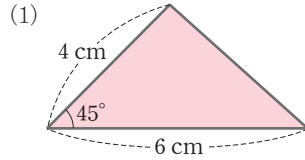
(2) $\triangle ABC$ 의 넓이를 S 라고 하면 $\angle A$ 는 둔각이므로

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 28 \times \sin 60^\circ$$

$$= 28 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

답 (1) 5 cm^2 (2) $14\sqrt{3} \text{ cm}^2$

문제 4 다음 삼각형의 넓이를 구하시오.

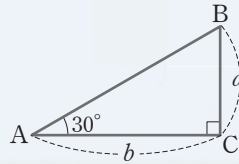


생각을 나누는 의사소통

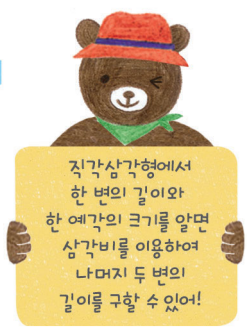
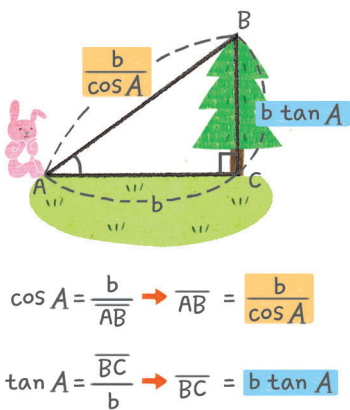
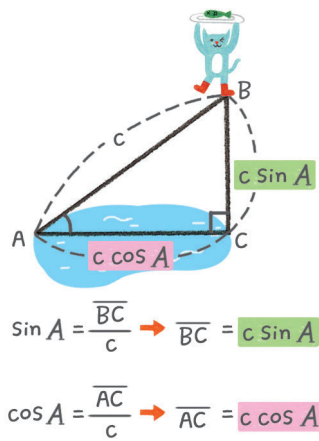
동료 평가

- 친구는 동현이와 지원이의 방법을 비교하여 말하였는가?
- 친구는 내가 비교하여 말한 것을 잘 경청하였는가?

다음은 동현이와 지원이가 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 한 변의 길이 a 와 한 예각의 크기 30° 를 알 때, 다른 한 변의 길이 b 를 구한 것이다. 두 학생의 방법을 비교하여 친구와 이야기해 보자.



수학 집 짓기

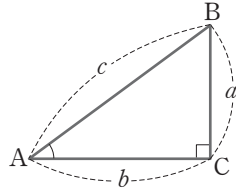




스스로 해결하기

1

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 안에 알맞은 것을 써 넣으시오.



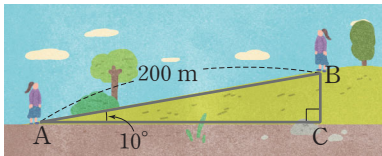
(1) $b = \square \cos A$

(2) $a = \square \sin A$

(3) $a = \square \tan A$

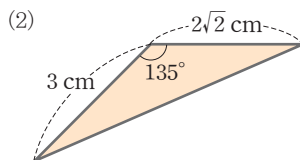
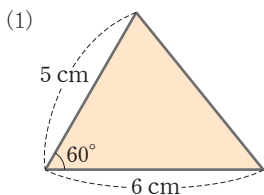
2

다음 그림과 같이 하빈이는 수평면과 10° 를 이루는 비탈 길을 200 m만큼 올라갔다. 하빈이가 도착한 지점 B의 높이를 삼각비의 표를 이용하여 구하시오.



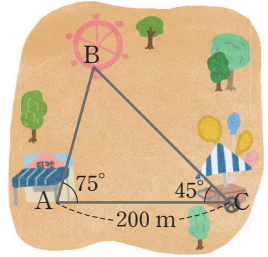
3

다음 삼각형의 넓이를 구하시오.



4

오른쪽 그림과 같은 놀이 공원의 세 지점 A, B, C에서 $\overline{AC} = 200$ m, $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ 일 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하시오.

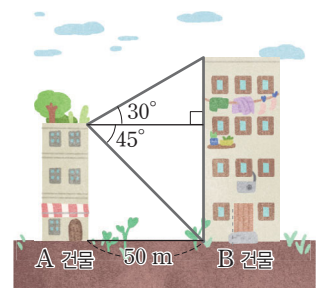


5 추론

$\angle B = 120^\circ$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 넓이가 $4\sqrt{3}$ cm²일 때, 변 AB의 길이를 구하시오.

6 과정을 다지는 문제

오른쪽 그림과 같이 간격이 50 m인 두 건물 A, B가 있다. A 건물의 옥상에서 B 건물을 올려본 각의 크기는 30° , 내려본 각의 크기는 45° 일 때, B 건물의 높이를 구하고, 그 풀이 과정을 쓰시오.



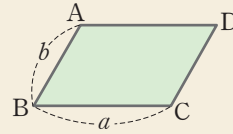
사각형의 넓이 구하기

다음을 보고 삼각비를 이용하여 사각형의 넓이를 구하는 방법을 알아보자.



선생님

삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하는 것을 배웠는데, 사각형의 넓이도 구할 수 있을까요? 예를 들어 오른쪽 그림과 같은 평행사변형의 넓이는 어떻게 구할 수 있을까요?



대각선 AC를 그어 서로 합동인 두 삼각형으로 나누면 다음과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이를 구할 수 있어요.

$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle CDA = 2 \times \triangle ABC \\ &= 2 \times \frac{1}{2} ab \sin B = ab \sin B\end{aligned}$$



준서



선생님

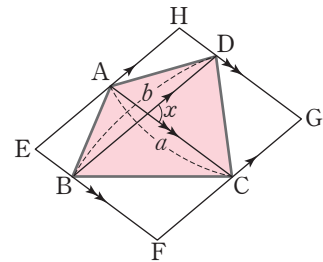
네, 잘했어요! 이 방법을 이용하면 두 대각선의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 사각형의 넓이도 다음과 같이 구할 수 있어요.

오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 \overline{AC} 와 평행하며 두 점 B, D를 각각 지나는 선을 긋고, \overline{BD} 와 평행하며 두 점 A, C를 각각 지나는 선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H라고 해요.

이때 $\square EFGH$ 는 $\overline{EF} = a$, $\overline{EH} = b$, $\angle E = \angle x$ 인 평행사변형이고, 그 넓이는 $\square ABCD$ 의 2배이므로

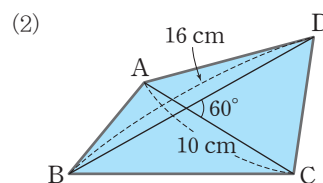
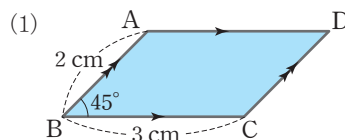
$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \square EFGH = \frac{1}{2} ab \sin x$$

예요.



확인

다음 사각형의 넓이를 구해 보자.



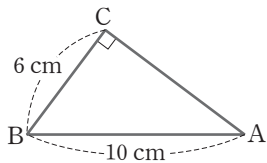


단원 마무리

5 삼각비

01

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

ㄱ. $\cos A = \frac{4}{5}$

ㄴ. $\sin A = \frac{4}{5}$

ㄷ. $\tan B = \frac{3}{4}$

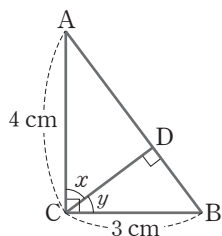
ㄹ. $\cos B = \frac{3}{5}$

02

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos A$, $\tan A$ 의 값을 각각 구하시오.

03

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 3$ cm일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값을 구하시오.



04

다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$

ㄴ. $\tan 0^\circ + \tan 45^\circ - \cos 0^\circ = 1$

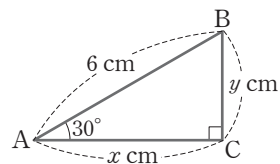
ㄷ. $\sin 60^\circ \times \cos 60^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{3}{4}$

ㄹ. $\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ + \sin 45^\circ \times \sin 90^\circ = 2$

05

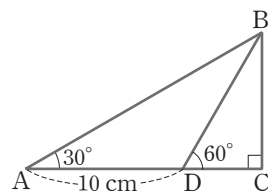
서술형

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 30^\circ$, $\overline{AB} = 6$ cm일 때, xy 의 값을 구하시오. (단, 풀이 과정을 자세히 쓰시오.)



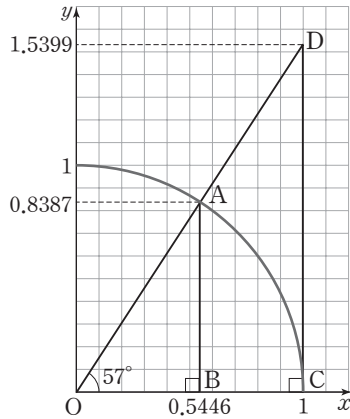
06

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 30^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$, $\overline{AD} = 10$ cm일 때, 선분 BC와 선분 CD의 길이를 각각 구하시오.



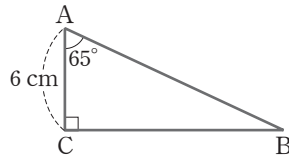
07

오른쪽 그림과 같이
반지름의 길이가 1인
사분원에서
 $\tan 57^\circ - \cos 57^\circ$ 의
값을 구하시오.



08

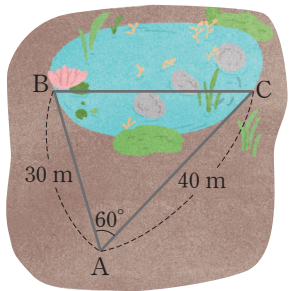
오른쪽 그림과 같은 직각
삼각형 ABC에서
 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$ 이고
 $\angle A = 65^\circ$ 일 때, 삼각비의
표를 이용하여 변 BC의 길이를 구하시오.



09

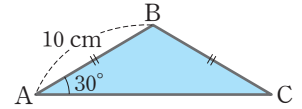
서술형

오른쪽 그림과 같이 연못
의 두 지점 B, C 사이의
거리를 구하기 위해 연못
의 바깥쪽에 지점 A를 정
하여 측정하였다.
 $\overline{AB} = 30\text{ m}$, $\overline{AC} = 40\text{ m}$,
 $\angle A = 60^\circ$ 일 때, 두 지점
B, C 사이의 거리를 구하
시오. (단, 풀이 과정을 자세히 쓰시오.)



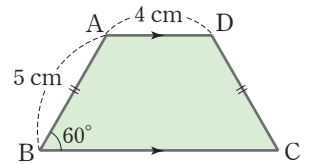
10

오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{ cm}$ 인 이등
변삼각형 ABC에서
 $\angle A = 30^\circ$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



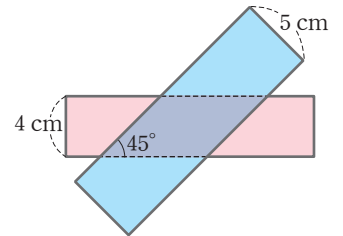
11

오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{ cm}$ 이고,
 $\overline{AD} = 4\text{ cm}$, $\angle B = 60^\circ$ 인
등변사다리꼴 ABCD의
넓이를 구하시오.



12

폭이 각각 4 cm, 5 cm
로 일정한 두 종이 테이
프가 오른쪽 그림과 같
이 45° 로 겹쳐져 있을
때, 겹쳐진 부분의 둘레
의 길이를 구하시오.

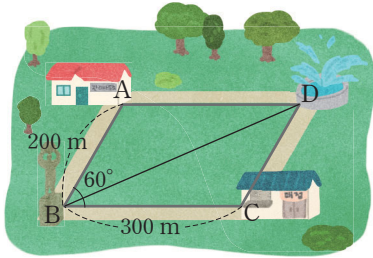


문제 해결

13

●●●●●

다음 그림과 같이 공원의 네 지점 A, B, C, D를 연결하였더니 평행사변형이 되었다. 두 지점 A와 B를 연결하는 길의 길이와 두 지점 B와 C를 연결하는 길의 길이가 각각 200 m, 300 m이고 두 길이 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 두 지점 B와 D 사이의 거리를 구하시오.

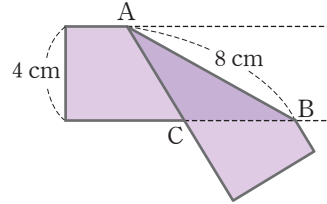


창의 UP

14

●●●●●

폭이 4 cm인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}=8$ cm일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.



자기 평가

점검 항목		도달 정도		
		미흡	보통	우수
학습 내용	삼각비의 뜻을 이해하였는가?			
	삼각비의 표를 이용하여 삼각비의 값을 구할 수 있는가?			
	삼각비를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있는가?			
	삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가?			
학습 태도	수업 시간에 성실히 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			
	친구의 의견을 존중하고 경청하였는가?			

●이 단원을 공부하면서 알게 된 점과 어려웠던 점은 무엇인지 써 보자.

.....

.....

클리노미터를 이용하여 학교 건물의 높이 구하기

수학+과학

실제로 측정하기 힘든 물체의 높이는 물체를 올려본각의 크기를 측정한 다음 삼각비를 이용하여 구할 수 있다. 이때 물체를 올려본각 또는 내려본각의 크기를 측정하는 기구를 클리노미터(clinometer)라고 한다. 클리노미터를 만들어 보자.

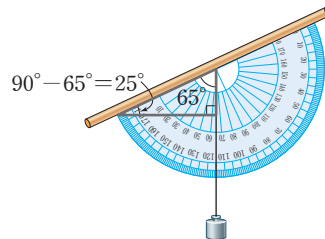
준비물 각도기, 빨대, 테이프, 실, 추(또는 지우개)

- 1 빨대의 중앙에 구멍을 내고, 실을 묶어 고정한다.
- 2 빨대의 중앙이 각도기의 반원의 지름 위의 0° 에 오도록 빨대를 각도기에 테이프로 붙인다.
- 3 실 끝에 추(또는 지우개)를 달아 놓는다.



클리노미터를 이용하여 다음과 같은 방법으로 학교 건물의 높이를 구할 수 있다.

- 1 운동장에 한 지점을 정한 후 그 곳에서부터 학교 건물까지의 거리를 측정한다.
- 2 ①에서 정한 지점에 위치한 후 클리노미터의 빨대 구멍으로 학교 건물의 꼭대기를 올려다보았을 때 추가 가리키는 각도를 읽는다.
- 3 ②에서 구한 각도를 이용하여 건물을 올려본각의 크기 A 를 계산한다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같이 추가 가리키는 각도가 65° 이면 올려본각의 크기는 $90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ 이다.
- 4 삼각비의 표에서 $\tan A$ 의 값을 찾아 ①에서 구한 거리를 $\tan A$ 의 값에 곱한 후 측정자의 눈높이를 더하여 학교 건물의 높이를 구한다.



1 위의 방법으로 학교 건물의 높이를 구해 보자.

포트폴리오 평가

- 이 단원을 학습한 후 스스로 해결하기 및 단원 마무리 문제 해결, 자기 평가 작성, 창의+융합 프로젝트 과제 해결 등 모든 활동 결과를 확인하고 점검하였는가?

